Вариант 1

1. Функции нескольких переменных задача на 5

Найти экстремумы функции  на множестве 

*а* = 3

*b* = 2

*с* = 4

 

Найдем все производные первого и второго порядка:



Найдем точки экстремума функции:

 

Данная функция имеет одну точку подозрительную на экстремум А(0;0). Определим, действительно ли данная точка является точкой экстремума для данной функции, для этого проверим условие . Подставляя в неравенство полученные значения производных второго порядка получим , следовательно, точка А является экстремумом данной функции.

Определим, принадлежит ли данная точка указанному множеству. Для этого подставим найденную точку в неравенство :



Так ка неравенство выполняется, следовательно, данная точка принадлежит указанному множеству.

Найдем значение функции в этой точке:



Ответ: единственная точка экстремума, принадлежащая указанному множеству, точка А(0;0;0)

1. Ряды задача на 5

Определить сходимость ряда и сходимость ряда из модулей (абсолютная сходимость), ответ обосновать.



Так как ряд – знакочередующийся, то для решения вопроса о его сходимости можно применить признак Лейбница:

Найдем первые три члена ряда:



Члены ряда убывают по абсолютной величине. Найдем предел ряда при 



Так как предел ряда стремится к нулю при , то можно сказать, что ряд сходится. Чтобы решить вопрос об абсолютной и относительной сходимости, составим новый ряд из абсолютных величин данного:



Данный ряд сходится, как обобщенный гармонический ряд , так как .

Следовательно, ряд  сходится абсолютно.

1. Задача на 5 решить задачу Коши



Найдем общее решение уравнения. Для этого составим характеристическое уравнение:



Так как характеристическое уравнение имеет чисто мнимые сопряженные корни, то общее решение будут выглядеть следующим образом:



Теперь найдем одно частное решение уравнения. Будем искать частное решение методом вариации произвольной постоянной. Пусть  и  - функции от . Тогда общее решение представим в виде:



Составим систему уравнений вида:



где



Тогда система примет вид:



Решим систему методом Крамера относительно , для этого найдем главный определитель:



Далее находим побочные определители:



Тогда решением систему будет:



Проинтегрируем полученные кони:



Выполнив подстановку, получим частное решение дифференциального уравнения:



Решим задачу Коши. Для этого найдем :



Подставив начальные условия получим систему уравнений:



Тогда решение задачи Коши выглядит следующим образом:

